

# WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY

im. prof. Stefana Banacha

Zawody drużynowe

TORUŃ, 28 marca 2015 roku

*Czas rozwiązywania: 120 minut*

## Zadanie 1. Największa wartość

Liczby rzeczywiste  $a$  i  $b$  spełniają równość  $a^2 + b^2 = 1$ . Wyznacz największą możliwą wartość wyrażenia  $|a + b| + |a - b|$ .

## Zadanie 2. Pięć liczb

Czy istnieje pięć liczb całkowitych takich, że wszystkie sumy, utworzone z dwóch dowolnych liczb wybranych spośród nich, są kolejnymi liczbami całkowitymi? Odpowiedź uzasadnij.

## Zadanie 3. Liczby dwucyfrowe

Ile najwięcej różnych liczb dwucyfrowych można zapisać w rzędzie tak, aby każde dwie sąsiednie nie były względnie pierwsze, a każde dwie nie sąsiadujące ze sobą były względnie pierwsze? Uzasadnij swoją odpowiedź.

## Zadanie 4. Sześciokąt wpisany w okrąg

W sześciokącie  $ABCDEF$  wpisanym w okrąg zachodzą równości:  $|AB| = |BC|$ ,  $|CD| = |DE|$ ,  $|EF| = |FA|$ . Udowodnij, że przekątne  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$  przecinają się w jednym punkcie.

## Zadanie 5. Pięć odcinków i trójkąt

Długości pięciu odcinków są równe  $a, b, c, d, e$ . O tych liczbach wiadomo, że

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = ab + ac + ad + ae + bc + bd + be + cd + ce + de.$$

Udowodnij, że wśród tych pięciu odcinków można znaleźć trzy, z których nie można zbudować trójkąta.