

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
TORUŃ, 14 kwietnia 2023 roku

Czas rozwiązywania: 180 minut

Zadanie 1. Iloczyn i suma

Iloczyn dwóch liczb dodatnich a i b jest równy 1. Wiadomo, że $(2a + 3b)(2b + 3a) = 3175$.
Oblicz $a + b$.

Zadanie 2. Dwa pociągi

Ze stacji A do stacji B wyjechał pociąg pospieszny. W tym samym momencie ze stacji B do A wyruszył pociąg osobowy. Po przejechaniu jednej trzeciej drogi pociąg pospieszny zatrzymał się na 45 minut, następnie ruszył i pociągi minęły się po 20 minutach. Dojechały one do celu w tym samym momencie. W jakim czasie pociąg osobowy pokonał całą trasę? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 3. Trójkąt równoramienny

Jedenaście wierzchołków 25-kąta foremnego pomalowano czerwonym kolorem. Uzasadnij, że istnieją trzy pomalowane punkty, które są wierzchołkami trójkąta równoramiennego.

Zadanie 4. Reszty z dzielenia

Reszta z dzielenia liczby naturalnej n przez 2023 jest o 23 większa niż reszta z dzielenia liczby n przez 2022. Wyznacz najmniejszą liczbę n o tej własności. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 5. Pary liczb naturalnych

Wyznacz wszystkie pary liczb naturalnych (x, y) spełniających równość
$$(x + y)(x + y + 1) + y = 2023.$$