

**WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY**  
**im. prof. Stefana Banacha**  
**Zawody drużynowe**  
**TORUŃ, 2 kwietnia 2016 roku**

*Czas rozwiązywania: 180 minut*

**Zadanie 1. Równanie „2016”**

Udowodnij, że równanie  $x^{11} - x^5 - 2016 = 0$  nie ma rozwiązań niewymiernych.

**Zadanie 2. Nierówność**

Udowodnij, że jeśli liczby dodatnie  $x, y, z$  spełniają warunek  $x + y + z = 19$ , to

$$\frac{9}{x} + \frac{49}{y} + \frac{81}{z} \geq 19.$$

**Zadanie 3. Dwie liczby**

Czy istnieją takie dwie liczby naturalne, że pierwsza liczba jest 2016 razy większa od drugiej, ale suma cyfr pierwszej liczby jest 2016 razy mniejsza od sumy cyfr drugiej liczby? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 4. Cztery okręgi**

Na płaszczyźnie cztery okręgi o promieniu 1 mają punkt wspólny  $P$ . Udowodnij, że pewne dwa spośród nich mają środki odległe o nie więcej niż  $\sqrt{2}$ .

**Zadanie 5. Przekrój sześcianu**

W sześcianie poprowadzono płaszczyznę przechodzącą przez przekątną dolnej podstawy oraz środki dwóch krawędzi górnej podstawy. Płaszczyzna ta podzieliła sześcián na dwa wielościany. Oblicz stosunek ich objętości.