

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
Zawody drużynowe
TORUŃ, 24 marca 2018 roku

Czas rozwiązywania: 120 minut

Zadanie 1. Para liczb

Czy istnieje para liczb naturalnych x, y spełniająca równanie $x^2 - 3y^2 = 2018$? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Kąty wielokąta

Udowodnij, że w dowolnym wypukłym wielokącie istnieje nie więcej niż 11 kątów o mierze mniejszej od 150° .

Zadanie 3. Pierwiastek z dwóch

Udowodnij, że jeśli dwie liczby naturalne dodatnie a i b spełniają nierówność $\frac{a}{b} < \sqrt{2}$, to także: $\frac{a}{b} + \frac{1}{4ab} < \sqrt{2}$.

Zadanie 4. Środkowe trójkąta

Środkowe trójkąta ABC mają długość 9, 12 i 15. Wyznacz pole tego trójkąta.

Zadanie 5. Sześć trójkątów

Czy można trójkąt równoboczny podzielić na pięć trójkątów równoramiennych, wśród których nie ma trójkątów podobnych? Odpowiedź uzasadnij.