

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
Zawody indywidualne
TORUŃ, 23 marca 2018 roku

Czas rozwiązywania: 180 minut

Zadanie 1. Ja i Ty

Ja mam dwa razy więcej lat niż Ty wtedy, kiedy Ja miałem tyle lat co Ty teraz. Wtedy, gdy Ty będziesz miał tyle lat co Ja teraz, to w sumie będziemy mieli 126 lat. Oblicz ile lat ma każdy z nas.

Zadanie 2. Plusy i minusy

Czy w zapisie $2018^2 - 2017^2 - 2016^2 - \dots - 2^2 - 1^2$ można niektóre minusy zamienić na plusy tak, aby wartość wyrażenia była równa 2019? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 3. Co najmniej jedna jedynka

Wiadomo, że $xyz = 1$ oraz $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$. Udowodnij, że co najmniej jedna z liczb x, y, z jest równa 1.

Zadanie 4. Równoległobok

Wewnątrz równoległoboku $ABCD$ wybrano punkt E taki, że $AE = BE$ oraz $\angle ADE = 90^\circ$. Punkt M jest środkiem boku CD . Wyznacz miarę kąta EMB .

Zadanie 5. Trójkąt w trójkącie równoramiennym

Udowodnij, że każdy trójkąt o polu 1, można nakryć trójkątem równoramiennym o polu mniejszym od $\sqrt{2}$.