

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
(dla uczniów klas I i II szkół ponadgimnazjalnych)
Zadania I etapu na rok szkolny 2013/14

Zadanie 1. Wspólny punkt parabol

Udowodnij, że wszystkie parabole określone wzorem $y = x^2 + px + q$, gdzie $p + q = 2014$ mają punkt wspólny.

Zadanie 2. Oceny z matematyki

W pewnej klasie każdy uczeń interesuje się polityką lub sportem. Średnia ocen końcoworocznych z matematyki uczniów interesujących się polityką jest mniejsza od czterech. Średnia ocen z matematyki uczniów interesujących się sportem także jest mniejsza od czterech. Czy średnia arytmetyczna ocen z matematyki wszystkich uczniów może być większa od czterech?

Zadanie 3. Czworokąt w kwadracie

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 2. Niech E, F będą środkami boków DA i AB . Odcinki CE oraz AC przecinają odcinek DF odpowiednio w punktach G i H . Oblicz pole czworokąta $AHGE$.

Zadanie 4. Część całkowita z pierwiastka

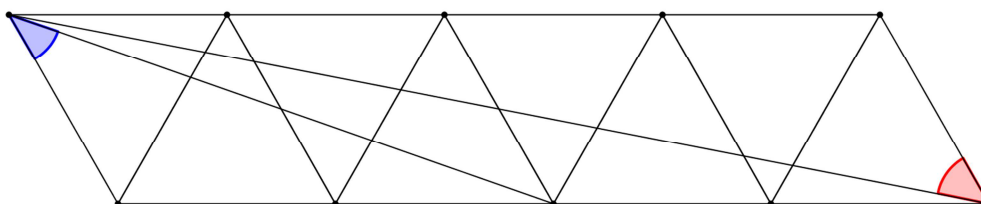
Wyznacz wszystkie liczby naturalne n , dla których $[\sqrt{n}]$ jest dzielnikiem liczby n , gdzie $[a]$ oznacza część całkowitą liczby a .

Zadanie 5. Trzy rozwiązania

Dla jakich wartości parametru a równanie $||x| - a| - 1 = 2014$ ma dokładnie trzy rozwiązania.

Zadanie 6. Ośiem trójkątów

Figura jest zbudowana z ośmiu trójkątów równobocznych. Wyznacz sumę kątów zaznaczonych na rysunku.



Zadanie 7. Liczba 10-cyfrowa

Czy istnieje liczba 10-cyfrowa, która składa się z cyfr $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ mająca następującą własność: po wykreśleniu dowolnej cyfry $n \geq 1$ liczba jest podzielna przez n ?

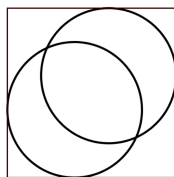
WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
(dla uczniów klas I i II szkół ponadgimnazjalnych)
Zadania I etapu na rok szkolny 2013/14

Zadanie 8. Siedem kolejnych kwadratów

Udowodnij, że suma kwadratów siedmiu kolejnych liczb naturalnych, nie może być kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie 9. Dwa koła i kwadrat

Każde z dwóch kół ma pole równe połowie pola kwadratu i jest styczne do dwóch sąsiednich boków kwadratu. Uzasadnij, że pole części wspólnej tych kół jest równe polu tej części kwadratu, która nie należy do żadnego z tych kół.



Zadanie 10. Iloczyn podstaw trapezu

Wyznacz iloczyn długości podstaw trapezu równoramiennego, w którym ramię ma długość c , a przekątna długość d .

Zadanie 11. Równanie XYZ

Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie $\frac{41}{20} = x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}$.

Zadanie 12. Nierówność XYZ

Uzasadnij, że: $x^2 + xy^2 + xyz^2 \geq 4xyz - 4$, gdzie x, y i z są liczbami dodatnimi.

Rozwiązania zadań sprawdzają nauczycieli matematyki oceniając każde w skali od 0 do 5 punktów. Zestawienie wyników z punktacją za każde zadanie prosimy o przesłanie na adres:

Zespół Szkół nr 10 im. Prof. Stefana Banacha
87-100 Toruń, plac Św. Katarzyny 9
tel. (0-56) 622-27-33

lub na:

e-mail: tmaslow@onet.eu

do dnia 10 marca 2014 roku. Finał wojewódzki dla około 100 autorów najlepszych prac odbędzie się 28 i 29 marca 2014 roku w Zespole Szkół nr 10 w Toruniu. W trakcie tych dni odbędą się zawody indywidualne (w piątek) i zespołowe (w sobotę). W zawodach zespołowych uczestniczą szkoły, które mogą wyłonić (spośród zakwalifikowanych do drugiego etapu) 3-osobową drużynę. Każda szkoła może być reprezentowana przez co najwyżej dwie drużyny oraz co najwyżej dziesięciu uczniów.